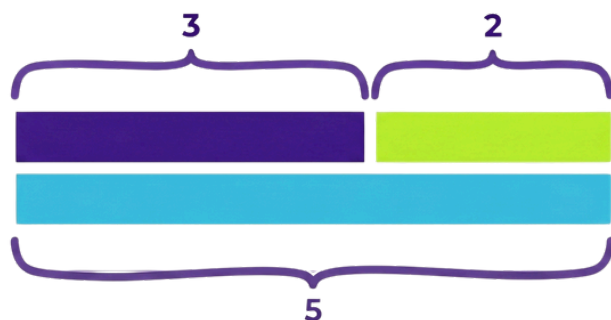




Didattica della matematica ispirata al Metodo Singapore

Rappresentazione visiva, Number Bonds,
Bar Modeling e tanto altro...



PARTE 2: I BAR MODELS

© Valeria Razzini – Matematica in Gioco
| Ad esclusivo uso didattico e personale. Vietata
la riproduzione, la modifica o l'utilizzo dei
contenuti in contesti esterni senza citazione
della fonte e autorizzazione dell'autrice.

INDICE:

1

**1 Oltre la teoria: l'importanza della
"contaminazione"**

2

**Il modello CPA: declinazione operativa con i BAR
MODELS**

3

**Le tipologie principali
di Bar Models**

4

**LA PROGRESSIONE VERTICALE DEI BAR MODELS
(dalla Classe 1^a alla 5^a)**

5

 **I SEGRETI DEL MESTIERE: dalla voce alla classe**

6

Routine e giochi da portare in classe

7

Conclusioni



INTRODUZIONE

Prima di immergerci nella **Tecnica delle barre**, è doverosa una precisazione metodologica. Chi segue il mio lavoro da tempo sa che non sono una sostenitrice di un'applicazione dogmatica o "a scatola chiusa" di un singolo metodo estero. Ho un rispetto immenso per la tradizione della scuola italiana, che possiede una cultura pedagogica straordinaria, basata sulla narrazione, sulla scoperta e sull'inclusione (chi ha già letto la prima parte di questa guida lo sa).

Quello che trovate in questa guida, e che ho portato in anni di formazione Erickson, non è - per scelta - il metodo di Singapore "puro", ma un adattamento ragionato. Il fulcro del mio lavoro è l'intreccio sinergico tra la potenza visuale dei Bar Models (Singapore) e la struttura logica (e verticalità) del problem solving di George Pólya. Per dare ordine a questo percorso, faccio riferimento alle quattro fasi di Pólya, che ci aiutano a guidare i bambini passo dopo passo; il mio contributo specifico sta nell'utilizzare le barre non solo come strumento di pianificazione, ma come "filtro di controllo" per sostenere la fase della revisione.

Non si tratta di "fare le barre", ma di insegnare ai bambini a "pensare matematicamente", seguendo un percorso che parte dalla realtà per arrivare alla soluzione strategica.

LE QUATTRO FASI DEL PROBLEM SOLVING

Per insegnare a risolvere problemi in modo consapevole, non basta mostrare la tecnica grafica: dobbiamo guidare i bambini attraverso un metodo strutturato e ripeto verticale. George Pólya, nel suo celebre *How to Solve It*, ha formalizzato un percorso che io integro costantemente con l'uso delle barre, trasformando la risoluzione in una competenza attiva.

Il percorso si articola in quattro tappe fondamentali:

1. **Comprensione:** prima di disegnare, dobbiamo capire. È la fase in cui il bambino individua l'incognita, distingue i dati e le condizioni, e impara a riformulare il problema con parole proprie. Se il problema non è compreso a fondo, nessuna barra potrà risolverlo.
2. **Pianificazione** (Il momento delle Bar Models): una volta compreso il problema, passiamo alla strategia. È qui che le Bar Models diventano lo strumento principe: trasformiamo i dati in rettangoli proporzionali. La barra non è solo un disegno, è lo schema che rende visibile l'operazione da compiere.
3. **Risoluzione:** si esegue il piano operativo. Il bambino deve imparare a controllare l'andamento del calcolo e a dare sempre un senso ai numeri grazie alle "marche", ricordandosi che non stiamo calcolando numeri astratti, ma quantità reali.
4. **Verifica** (Il punto di incontro tra Singapore e Pólya): questa è la fase che ritengo fondamentale e che ho voluto potenziare. Qui, la Bar Model diventa la lente d'ingrandimento per la verifica: chiedo ai bambini di rileggere la soluzione alla luce del modello grafico creato.

INTRODUZIONE

- **La barra è ancora coerente con il risultato numerico ottenuto? Il risultato ha senso logico rispetto alla porzione di "barra" che avevamo ipotizzato? (Es...ho fatto un'addizione ma quello che dovevo trovare era una delle due parti...uhm forse ho sbagliato).**

UN UNICO GRANDE INTRECCIO DIDATTICO

Come vedrete nelle pagine seguenti, l'uso della barra rettangolare è l'anello di congiunzione naturale tra queste fasi. Il metodo di Singapore ci fornisce il "linguaggio visivo" per rappresentare la complessità, mentre il metodo di Pólya ci permette di procedere in verticale. Per me è molto importante sottolineare questo aspetto.

Fatta questa, scusate se lunga, premessa torniamo ai nostri disegni con le barre. Innanzitutto poichè mi piace che abbiate la possibilità di essere autonome e autonomi nell'approfondimento preciso che in tutto il mondo si trovano materiali sotto diverse denominazioni: BAR MODELS (e lo sapevamo), ma anche STRIP DIAGRAM, TAPE DIAGRAM ecc.

La nascita del Metodo a Barre di Singapore

Il Modello a Barre (o Bar Model) è uno strumento didattico oggi diffusissimo nelle classi di tutto il mondo per insegnare agli alunni come risolvere i problemi di matematica, tanto da essere stato adottato dalle principali case editrici scolastiche internazionali. Ma da dove nasce questa intuizione? La risposta ovviamente ci porta a Singapore, dove questo modello visivo è diventato il cuore pulsante del programma di matematica per la scuola primaria (**Credits: www.3rteachertraining.com**).

Tutto ha inizio negli anni '80, quando il Ministero dell'Istruzione di Singapore si trovò ad affrontare una vera e propria crisi nazionale: le scarse prestazioni degli studenti in matematica.

La svolta arrivò nel 1980 con l'istituzione del Curriculum Development Institute of Singapore (CDIS). Al suo interno nacque il Primary Mathematics Project (PMP), un gruppo di lavoro guidato dal Dr. Kho Tek Hong, a cui fu affidata la missione di creare nuove strategie, strumenti didattici e modelli di sviluppo professionale per docenti. Il Dr. Kho e il suo team viaggiarono in oltre dieci Paesi alla ricerca di soluzioni, ma fu in America che trovarono il loro impianto teorico di riferimento (ecco perché, paradossalmente, si dice spesso che non esista una "matematica di Singapore" in senso stretto ma tante forme contaminate in ogni paese). Furono le teorie dello psicologo dell'educazione dell'immenso **Jerome Bruner** a tracciare la via: Bruner teorizzava che l'apprendimento matematico fosse ottimale quando partiva dalla manipolazione di oggetti concreti, per poi passare a rappresentazioni visive, approdando infine all'astrazione dei numeri e dei simboli.

INTRODUZIONE

Questo approccio a tre fasi prese il nome di **APPROCCIO "CPA" (Concreto - Pittorico o Pittoriale - Astratto)**. Fu proprio seguendo questa scia che il Dr. Kho e la sua squadra svilupparono i modelli a barre: uno strumento ponte visivo, per accompagnare gli studenti verso livelli di comprensione altissimi.

I risultati di questa riforma furono letteralmente sbalorditivi. Se agli inizi degli anni '80 gli studenti di Singapore erano in ritardo di un intero anno scolastico rispetto alla media internazionale, nel 1995 il mondo intero rimase a bocca aperta. Quell'anno vennero pubblicati i risultati del TIMSS (Third International Mathematics and Science Study), e Singapore balzò inaspettatamente al primo posto tra tutti i Paesi partecipanti.

Da quel momento, il successo è stato inarrestabile. Nelle successive edizioni del TIMSS, che si tengono ogni quattro anni per valutare gli studenti di tutto il mondo, Singapore ha mantenuto quasi ininterrottamente il primato globale (con rarissime e minime oscillazioni, come nel 2007 e nel 2011 dove alcune fasce d'età si classificarono al secondo o terzo posto). Un traguardo straordinario che testimonia la potenza di una didattica pensata con cura e, soprattutto, l'incredibile efficacia del Metodo a Barre.

Capite perchè appena ho aperto il blog nel 2020, vedendo che in Italia non ne parlava ancora nessuno, ho iniziato a parlarne e inserirlo stabilmente nei miei corsi Erickson?

Una nota di metodo finale: l'approccio dell'esperienza

Ci tengo a sottolineare che quanto esposto in questa guida rappresenta il mio approccio personale e professionale, maturato e affinato in vent'anni di insegnamento quotidiano tra i banchi. Come ho già accennato nella prima parte della guida, ciò che troverete tra queste pagine non è la traduzione dogmatica o "da manuale" del Metodo Singapore, ma il frutto di un adattamento ragionato, costruito sul campo.

Da tre anni sto sistematizzando questo approccio — che intreccia il metodo di Singapore con la metodologia dei 4 step di Pólya — all'interno della mia collana *"Problemi mostruosi"* (Erickson). In quei volumi, ho unito organicamente le due metodologie, integrandole con un allenamento specifico alla logica in stile Invalsi, per potenziare le competenze logico-matematiche a 360 gradi.

Ho scelto di condividere questa guida in forma gratuita e al di fuori dei canali editoriali tradizionali perché nasce da uno spirito di mutuo aiuto tra docenti. È un confronto aperto, una riflessione tecnica che ho voluto tradurre in un linguaggio discorsivo, accessibile e diretto. L'obiettivo è quello di offrire alle colleghe e ai colleghi uno strumento che sia, prima di tutto, vicino alla realtà della classe: non una serie di istruzioni calate dall'alto, ma una risorsa pratica pensata da un'insegnante per altri insegnanti, per sostenerci e crescere insieme nelle sfide didattiche di ogni giorno. 💖



Oltre la teoria: l'importanza della "contaminazione"

Il successo straordinario degli alunni di Singapore nelle valutazioni internazionali (PISA, TIMSS) ha spinto molti paesi, tra cui Regno Unito e Stati Uniti per primi, a cercare di replicare quel modello per migliorare i propri risultati in matematica.

In questi (circa) vent'anni di insegnamento, il mio percorso si è evoluto. Se inizialmente l'obiettivo era lo studio approfondito del Metodo Singapore "puro", negli ultimi anni la mia ricerca si è spostata verso un ambito più complesso e dinamico: capire come il Metodo Singapore, una volta "contaminato" e adattato nei vari paesi occidentali, stia realmente portando benefici tangibili.

Non mi interessa la riproduzione scolastica di un modello lontano, ma l'analisi di come l'incontro tra la metodologia di Singapore e la nostra ricca tradizione pedagogica possa generare soluzioni didattiche più efficaci per i nostri bambini.

Per chi volesse approfondire questo aspetto – ovvero come la ricerca stia validando questi modelli di apprendimento "ibridi" e adattati – vi segnalo questo studio, che ho trovato particolarmente significativo per la nostra pratica quotidiana e da cui ho tratto le seguenti considerazioni ed evidenze:

<https://www.frontiersin.org/journals/education/articles/10.3389/feduc.2019.00037/full>

Lo Studio

L'articolo presenta i risultati di uno studio sperimentale che ha valutato l'impatto dell'adozione della serie di libri di testo *Inspire Maths* e dell'approccio pedagogico di Singapore in alcune classi del primo anno di scuola primaria in Inghilterra (bambini di 5-6 anni).

1

Oltre la teoria: l'importanza della "contaminazione"

I Pilastri del Metodo

Lo studio analizza come l'approccio di Singapore si fondi su principi teorici ben precisi (che già conosciamo bene).

- *Padronanza (Mastery)*: garantire che ogni alunno comprenda a fondo un concetto prima di passare al successivo, superando la logica della semplice "copertura delle conoscenze". Si basa sulla teoria di Carroll e Bloom, secondo cui quasi tutti gli studenti possono raggiungere la padronanza se supportati dalle giuste condizioni e tempi.
- *Teoria della Variazione*: l'insegnamento incorpora sistematicamente la variabilità, sia matematica che percettiva. Presentare agli alunni problemi concettualmente correlati ma con valori o attributi diversi aiuta a sviluppare una comprensione più profonda (**trovate un articolo molto interessante sui PROBLEMI CON VARIAZIONE MOLTIPLICAZIONE E DIVISIONE sul mio blog, unica risorsa in lingua italiana su x/**).
- Approccio CPA (Concreto-Pittorico-Astratto): è l'impalcatura che rende operativa la teoria. Seguendo le fasi di Bruner, si parte dall'azione con materiali manipolativi (concreto), si passa alla rappresentazione visiva come i modelli a barre (pittorico), per arrivare infine ai simboli matematici (astratto).

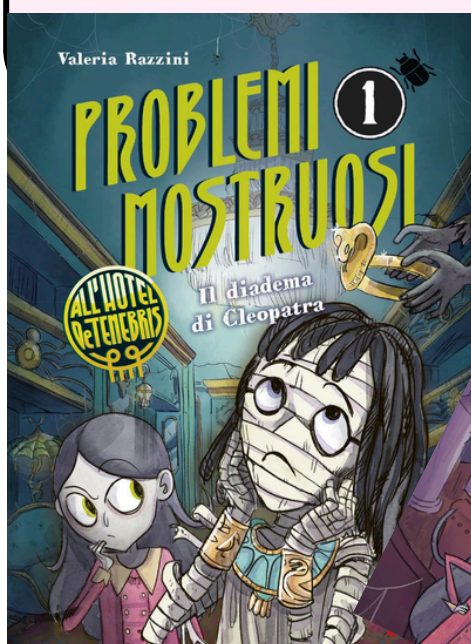
Il cuore del Metodo Singapore per la risoluzione dei problemi è la progressione C-P-A (Concreto-Pittorico-Astratto) e l'uso strategico dei Bar Models (Modelli a Barre).

1 Inquadramento teorico: dalla procedura alla struttura

Il Metodo Singapore, nato quindi per rispondere a una crisi nei risultati scolastici della città-stato, è oggi un riferimento mondiale grazie alle performance costantemente ai vertici nelle indagini internazionali TIMSS e PISA e si tratta di un approccio che privilegia la comprensione profonda rispetto alla memorizzazione di regole astratte.

Altri riferimenti da approfondire:

- Mastery Learning: si procede verso un nuovo concetto solo quando quello precedente è stato pienamente interiorizzato. L'obiettivo non è "finire il programma", ma garantire che ogni bambino padroneggi le basi.
- Progressione a spirale: gli argomenti vengono ripresi periodicamente con livelli di complessità crescente, rafforzando i collegamenti logici.



Lascio le copertine di Problemi mostruosi (di cui in questi giorni sto scrivendo il volume per la QUARTA) perchè le avevo già in questa pagina del template e se lo meritano ahahaha

Il modello CPA: declinazione operativa con i Bar Models

L'efficacia della modellizzazione a barre risiede nella sua capacità di fare da ponte tra la realtà manipolativa e il simbolo astratto. Seguendo l'impostazione di Jerome Bruner e l'approccio di Singapore, ogni concetto non viene calato dall'alto, ma attraversa tre tappe fondamentali:

Concreta, Pittorica e Astratta.

Non si tratta di passaggi stagni, ma di un'impalcatura (**scaffolding**) che accompagna i bambini dall'azione fisica alla strutturazione del pensiero logico-matematico. Vediamo come declinare operativamente il ciclo CPA, classe per classe, utilizzando i Bar Models come strumento d'elezione.

Classe Prima: il primato del tatto e della spazialità

- Fase Concreta: l'apprendimento parte rigorosamente dalle mani. Si utilizzano materiali manipolativi tridimensionali (consiglio i mattoncini Lego, i Mathlink Cubes, gli orsetti contatori o i regoli ma versione Introductory set della Learning Resources (ottimi per la cardinalità e la semantica del numero). I bambini toccano, uniscono e scompongono le quantità reali. Vi lascio qui sotto una foto, li consiglio sempre nei miei corsi insieme ai Lego per questa fase.



2

Il modello CPA: declinazione operativa con i Bar Models

- Fase Pittorica: i volumi tridimensionali vengono trasposti sul piano grafico bidimensionale. Si costruiscono i "muretti" a barre usando i quadretti da 1 cm (per garantire una coerenza visiva immediata) allineando le quantità entro il 10, esplorando gli amici del 10 e infine decine e unità)
- Fase Astratta: si introducono i simboli numerici e i segni operativi (+ e -) sotto o a fianco della barra, legando indissolubilmente il segno grafico alla quantità manipolata e disegnata.

Classe Seconda

- Fase Concreta: anche quando iniziamo a strutturare il modello di parte-tutto o l'avvio alla moltiplicazione, per me è fondamentale non sganciare mai i bambini dalla concretezza. Anche se riduciamo l'uso dei manipolativi più ingombranti della prima, utilizziamo ancora piccoli oggetti di uso quotidiano o Lego o tessere Numicon da spostare liberamente sul banco, così che la mano continui a fare l'esperienza fisica della quantità prima di tradurla sul quaderno.
- Fase Pittorica: nel primo quadrimestre introduciamo le barre per addizione e sottrazione (modello part-part-whole) usando misure convenzionali concordate in classe (poi vi spiego bene); nel secondo quadrimestre allarghiamo il campo a moltiplicazione e divisione, partendo sempre dall'unità che si ripete e posizionando correttamente i punti di domanda.
- Fase Astratta: subito dopo ogni tipologia di disegno pittorico, abbiniamo immediatamente la rispettiva operazione matematica o frase numerica risolutiva, legando lo schema visivo al calcolo.



$$5 + 5 + 5 + 5 = 20$$

$$20 : 4 = 5$$

$$5 \times 4 = 20$$

$$20 \div 5 = 4$$

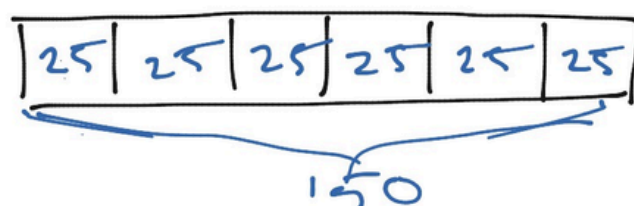
Il modello CPA: declinazione operativa con i Bar Models

Classi Terza, Quarta e Quinta: la progressione del ciclo CPA

- Fase Concreta: sosteniamo il passaggio alla simbolizzazione non con strumenti generici, ma con artefatti mirati e specifici. I Lego restano un alleato prezioso e versatile, affiancati da strumenti d'elezione come il muro delle frazioni (fraction strips), o bar models in cartoncino e strisce di carta da piegare fisicamente per toccare con mano le parti e l'intero.
- Fase Pittorica: evolviamo verso schemi sempre più agili: in terza la barra diventa segmento o parentesi graffa; in quarta concateniamo più barre per i problemi multi-step; in quinta usiamo le barre per visualizzare le frazioni e le parti da colorare.
- Fase Astratta: non ci limitiamo più a una singola operazione elementare: passando per più operazioni andiamo verso l'espressione matematica, poiché la complessità dei problemi – specialmente dal biennio in poi – richiede molto spesso una catena di più operazioni coordinate.

There are 150 students. I want to split them up into 6 groups. How many students would be in each group?

$$150 \div 6 = 25$$



Credits: <https://www.showme.com/>

3

Le tipologie principali di Bar Models

Per guidare i bambini nel problem solving è fondamentale conoscere i modelli di base:

1. Parte-Tutto (*Part-Whole Model*):

Utilizzato per rappresentare relazioni additive e sottrattive. Una barra unica (il Tutto) viene divisa in due (o più) parti. Se si conoscono le parti si trova il tutto (addizione); se si conoscono il tutto e una parte si trova la parte mancante (sottrazione). Questo è il modello più semplice e fondamentale, usato per problemi di addizione e sottrazione, dove si conoscono alcune parti e si vuole trovare il totale, o si conosce il totale e una parte, e si vuole trovare l'altra.

Come funziona: un'unica barra lunga rappresenta l'intero (il totale), e sopra a questa barra ce ne sono due (o tre ma quasi sempre due) che rappresentano le parti.

Addizione: quando si hanno due o più quantità (parti) e si vuole trovare la loro somma (l'intero). L'incognita (dove si applica il punto di domanda) è la lunghezza totale della barra grande.

Sottrazione: quando si conosce il totale (l'intero) e una delle parti, e si vuole trovare l'altra parte. L'incognita (dove si applica il punto di domanda) è la lunghezza di uno dei due segmenti piccoli.

⚠ Nota didattica: in prima e seconda si consiglia di rappresentare la barra intera del totale; in terza, quarta e quinta può essere sostituita, dove opportuno, da un segmento o da una parentesi graffa.



Esempio per addizione

3

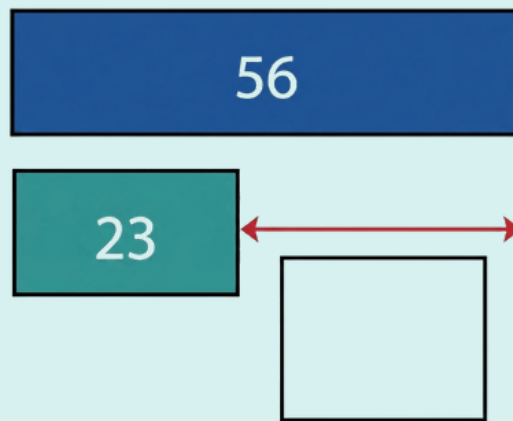
Le tipologie principali di Bar Models

2. Confronto (*Comparison Model*):

Si usano due o più barre una sotto l'altra per confrontare due quantità. È la struttura ideale per i problemi "storie di differenza" con espressioni come "*quanti in più*", "*quanti in meno*", ecc. Questo modello è usato appunto per problemi che implicano il confronto tra due quantità, per trovare una differenza, o per determinare una quantità quando si conosce la differenza.

Come funziona: si disegnano due barre separate, una sotto l'altra, che rappresentano le due quantità da confrontare. La differenza tra le due quantità è visualizzata dalla parte della barra più lunga che "sporge" rispetto a quella più corta.

La parte che sporge tra le due barre è la differenza incognita. Solitamente si evidenzia con un segmento o una parentesi graffa o una freccia.



3. Parti Uguali (*Equal Parts / Multiplicative Model*):

Utilizzato per la moltiplicazione e la divisione a parti uguali (*sharing* o *partition*). Una quantità viene rappresentata con una barra divisa in blocchi di uguale lunghezza. Questo modello è usato per problemi che coinvolgono gruppi uguali o la ripartizione di un intero in parti uguali.

3

Le tipologie principali di Bar Models

Come funziona: una barra viene divisa in un certo numero di "unità" uguali, ognuna delle quali rappresenta una parte della quantità.

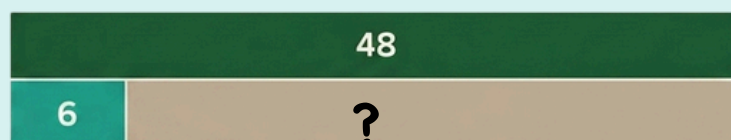
Moltiplicazione: si conosce il valore di una "unità" (un gruppo) e il numero di unità, e si vuole trovare il totale (segmento lungo incognita ovvero dove metteremo il punto di domanda).

Divisione come distribuzione: segmenti corti incognita



4 Raggruppamento o Continenza (*Grouping / Measurement Model*):

Utilizzato per la divisione di continenza (o raggruppamento). Si conosce il totale e la dimensione del singolo gruppo, e si deve scoprire "quanti gruppi uguali" formano il tutto. La barra del totale viene suddivisa visualizzando un blocco iniziale di misura nota, seguito da una linea tratteggiata o una parentesi graffa con punto di domanda per indicare che la barra prosegue fino alla fine.



$$48 \div 6 =$$

4 LA PROGRESSIONE VERTICALE DEI BAR MODELS (dalla Classe 1ª alla 5ª)

● CLASSE PRIMA: prima di tutto fase concreta (i materiali manipolativi)

In prima **sconsiglio fortemente di far disegnare le barre sul quaderno a livello pittorico se non sono prima precedute da attività manipolativa semplice**. I bambini di 6 anni non possiedono ancora la percezione spaziale proporzionale per rappresentare graficamente un segmento o un rettangolo che corrisponde a un valore numerico.

- **Cosa fare concretamente:** si lavora unicamente con oggetti e materiali strutturati o destrutturati: **mattoncini Lego, Mathlink Cubes (cubetti ad incastro) o Regoli**.
- **Come si usano:** per fare gli "amici dei numeri" o le prime relazioni parte-tutto, i bambini allineano fisicamente i cubetti. Se uniamo una barra da 3 cubetti rossi e una da 4 blu, vedono fisicamente la barra del 7.
- **L'obiettivo:** costruire la memoria visiva e tattile del concetto di "barra" affiancata e allineata.

Attenzione: in prima è importante mantenere la proporzione nei quadretti: se una parte è 8 e l'altra è 2, mantenere le stesse lunghezze sul quaderno.

● CLASSE SECONDA: dalla manipolazione al disegno della barra

A partire dalla seconda si introduce il disegno della barra sul quaderno con quadretti.

⚠ Scelte didattiche fondamentali in 2ª:

1. La barra del totale come barra intera: il totale viene disegnato come una barra vera e propria (troppo presto per segmento o graffa) sopra alla quale si disegno le parti.
2. NO alla parentesi graffa o al segmento in 2ª: **sconsiglio vivamente di usare la parentesi graffa per abbracciare le barre o di tracciare semplici segmenti di riga**. Per un bambino di 7 anni, la parentesi graffa è un simbolo convenzionale astratto e privo di volume; la barra rettangolare piena, invece, rappresenta la "scatola" che contiene la quantità e mantiene viva l'analogia con il mattoncino Lego o il cubetto contatore manipolato.

Attenzione: dalla seconda in poi la lunghezza delle barre deve essere convenzionale/simbolica e non deve essere necessariamente uguale ai dati del problema.

● DALLA CLASSE TERZA IN POI: verso la Modellizzazione Flessibile

Dalla classe terza, quando il senso numerico e la struttura rettangolare sono consolidati:

- si introducono con sicurezza i modelli di **Confronto, Moltiplicazione e Divisione**.
- Si introduce, dove utile e senza forzature, la parentesi graffa o la linea di quota per indicare il totale esterno, poiché i bambini hanno già interiorizzato l'idea di barra come contenitore di quantità.

4 LA PROGRESSIONE VERTICALE DEI BAR MODELS (dalla Classe 1ª alla 5ª)

● CLASSE QUARTA: frazioni e primi problemi Multi-step

In quarta il modello a barre diventa lo strumento principe per rendere visibile l'astrazione del concetto di frazione e per gestire problemi strutturati su più passaggi.

1. Frazioni come parti di una barra

- **Frazione di un numero:** per trovare, ad esempio, $\frac{3}{5}$ di una quantità, si disegna una barra intera che rappresenta il totale, la si divide in 5 parti uguali (il denominatore, ovvero le "unità-barra") e se ne evidenziano 3 (il numeratore). Il bambino "vede" fisicamente che prima calcola il valore di una singola unità-barra ($\div 5$) e poi lo moltiplica per le parti considerate).
- **Frazione complementare e rimanenza:** la barra mostra immediatamente la parte presa e la parte che rimane per completare l'intero.

2. Primi problemi Multi-step (a più fasi)

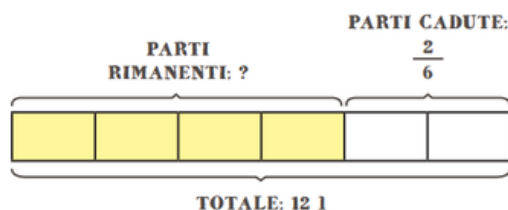
- Si introducono problemi in cui la soluzione richiede due o tre passaggi sequenziali.

● CLASSE QUINTA: Modellizzazione avanzata e problemi combinati

In quinta i bambini utilizzano la **Tecnica delle Barre** in modo ormai autonomo e strategico per affrontare problemi complessi, che altrimenti richiederebbero impostazioni algebriche tradizionalmente riservate alla scuola secondaria.

► MANNY STA TRASPORTANDO UNA BROCCA CON 12 LITRI DI SUCCO DI MUMMIA.

DURANTE IL TRAGITTO NEL CORRIDOIO BUIO, NE ROVESCIA $\frac{2}{6}$.
QUANTO SUCCO DI MUMMIA RIMANE NELLA BROCCA? _____



Un esempio di problema con le frazioni rappresentato con le barre tratto da Problemi mostruosi 4



I SEGRETI DEL MESTIERE: dalla voce alla classe

Poiché, come vi ho detto, questa guida voglio che sia proprio un aiuto completamente disinteressato da collega a colleghi, in questo capitolo di questo volume vi apro le porte della mia aula per darvi i segreti del mestiere: dalla voce alla classe, vi racconto proprio concretamente le consegne che io do ai bambini, passo dopo passo, senza filtri e pronte da sperimentare fin da subito (ehm da Settembre in realtà).

Classe Prima

Quando lavoriamo in classe prima, la regola principale è l'estrema coerenza tra ciò che le mani toccano e ciò che i quadretti registrano. Io solitamente utilizzo i quadretti da 1 cm, in modo che il passaggio visivo e spaziale diventi del tutto intuitivo per i bambini.

Solitamente, con i bar models rappresento prima facendo i muretti — esattamente come li facevamo con i regoli — di tutte le quantità entro il 10, poi rappresento gli amici del 10 e infine decine e unità. Questo lavoro si può fare tranquillamente appunto con i regoli comuni, però io consiglio quelli che dicevo prima: i regoli starter kit della Learning Resources, che amo molto perché mostrano in modo chiarissimo e visibilissimo la cardinalità e la semantica del numero (e si incastrano tra loro 🥰🥰🥰).

Concretamente, faccio vedere la quantità usando i mattoncini Lego, i Mathlink Cubes o questi regoli specifici. La consegna verbale che do ai bambini è molto semplice e pratica: "Prendiamo i nostri regoli, li incastriamo uno nell'altro per vedere quanto sono lunghi insieme e ci mettiamo sotto il regolo che rappresenta il totale per formare un muretto, e poi sotto riportiamo la quantità esatta rappresentandola sul quaderno con i quadretti". Unendo il tatto, l'incastro e il quadretto da 1 cm, il concetto prende forma in modo potentissimo. Sono certa che questa attività così coerente con il Metodo Singapore molti di voi la hanno sempre fatta.

Classe Seconda - Moltiplicazione e Divisione

Sempre in seconda, quando introduciamo il Modello di Moltiplicazione / Divisione (Multiplication / Division Model), io consiglio di partire sempre dall'unità che si ripete. Nelle mie classi facciamo così: stabiliamo una convenzione grafica e decidiamo che la parte che si ripete ha una larghezza fissa, ad esempio tre quadretti. Se dobbiamo calcolare 5×4 , disegniamo una barrettina larga tre quadretti, ci scriviamo dentro il valore 5, in tutto diranno essere quattro di seguito. Subito dopo, lunga quanto tutta la sequenza disegniamo la barra del totale. In questo modo i bambini vedono concretamente che la moltiplicazione è un'addizione ripetuta di parti perfettamente uguali.



I SEGRETI DEL MESTIERE: dalla voce alla classe

Chiaramente, la posizione del punto di domanda cambia a seconda dell'operazione: se si tratta di una **moltiplicazione**, mettiamo il punto di domanda sulla barra del totale (perché l'incognita è la quantità complessiva); se invece si tratta di una **divisione**, partiamo dalla quantità del totale di cui siamo già a conoscenza e posizioniamo tanti punti di domanda su tutte le barrettine corte per scoprire quanti gruppi uguali stiamo formando o quanto misura ciascuna parte.

Per addizione/sottrazione le nostre misure di classe sono barra lunga 4 quadretti + barra lunga 5 = barra lunga 9 (sempre, convenzionalmente).

Classe Terza

In terza, solitamente inizio con un assunto fondamentale. Dalla classe terza in poi — una volta che ho presentato l'intera gamma di modelli e tipologie ai bambini — consegno loro uno strumento compensativo riassuntivo delle tipologie di rappresentazione, che funge da strumento di supporto (utile anche per i bambini in difficoltà, ma prezioso per tutti). Pur potendolo introdurre già in seconda, è bene ricordare che la sua piena efficacia si raggiunge quando l'intero repertorio di modelli è stato esplorato.

Nel primo quadrimestre della terza, in particolare, sintetizzo tutte le metodologie di rappresentazione in un grafico ad ancoraggio (*anchor chart*) che rimane affisso in aula per tutto l'anno scolastico (l'anno scorso ho condiviso nel canale broadcast della pagina Instagram le foto di tutti i grafici di ancoraggio riassuntivi dei BAR MODELS).

A questo punto, spiego ai bambini che la barra del totale ora evolverà in un segmento o in una parentesi graffa: essendo ormai giunti a una maggiore maturità cognitiva, possiamo adottare un registro grafico più simbolico e snello. È importante precisare che, sebbene le convenzioni sulle proporzioni e sulle misure stabilite in seconda rimangano un riferimento solido per la transizione, man mano che procedono nell'autonomia, incoraggiò i bambini a personalizzare le proprie rappresentazioni, svincolandosi dalle misure rigide per approdare a una modellizzazione più flessibile e soggettiva.

Classe Quarta

Già dal termine della classe terza, ma in modo sistematico durante la quarta, i bambini iniziano ad affrontare i cosiddetti problemi multi-step, che richiedono lo svolgimento di più operazioni in sequenza. La mia consegna è sempre la stessa: i bambini devono esplicitare i passaggi scrivendo chiaramente "Step 1" e "Step 2".

Un errore comune è cercare di condensare tutto in un unico schema: io insegno ai miei alunni a non ostinarsi a far stare tutte le operazioni in un solo disegno, perché nella maggioranza dei casi risulterebbe confusionario o impossibile. È preferibile realizzare più disegni a barre concatenati, uno per ogni fase del ragionamento (fatta eccezione per i problemi con le frazioni, dove la struttura visiva permette una sintesi maggiore, ma ne parleremo approfonditamente in quinta).



I SEGRETI DEL MESTIERE: dalla voce alla classe

Infine, una dritta operativa per gestire i numeri grandi: quando il divisore o il moltiplicatore superano una certa soglia (ad esempio il 9 o il 10), ho concordato con i bambini di **non disegnare più di nove barre**. Se la quantità richiesta è superiore, utilizziamo un "targhettino" di rappresentazione con dei puntini di sospensione: un simbolo grafico convenzionale che indica *"ne ho disegnate alcune, ma ce ne sono molte altre"*, mantenendo lo schema pulito, leggibile e funzionale al calcolo.

Classe Quinta

In quinta, il passaggio fondamentale è far comprendere ai bambini che **i problemi con le frazioni non sono altro che un'applicazione diretta del modello**

moltiplicazione/divisione che abbiamo già consolidato. Non c'è nulla di nuovo, solo un modo diverso di guardare a una quantità che viene ripartita.

Quando ci troviamo davanti a un problema, la mia consegna è sempre la stessa: *"Cercate l'unità frazionaria"*. Se, ad esempio, il fruttivendolo ha 15 mele e ne mette $\frac{2}{3}$ in un cestino, spiego ai bambini che devono guardare il **denominatore**: è lui che ci dice in quante parti uguali dobbiamo dividere il nostro totale.

Ecco come lo colleghiamo al modello divisione come distribuzione.

1. **L'analisi del denominatore**: se il denominatore è 3, significa che dobbiamo dividere il totale (15) in 3 parti uguali. Qui scatta il modello di **divisione come distribuzione**: disegniamo la nostra barra del totale e la suddividiamo in 3 segmenti identici, cercando il valore di una singola parte (l'unità frazionaria, ovvero $15 : 3 = 5$).
2. **L'identificazione e la soluzione**: Una volta trovata l'unità frazionaria, guardiamo il **numeratore**. Se la frazione è $\frac{2}{3}$, chiediamo ai bambini di identificare, magari colorandole, le parti che corrispondono al dato in nostro possesso. Infine, posizioniamo il punto di domanda sulla parte (o le parti) che dobbiamo effettivamente trovare.

In questo modo, il bambino non deve memorizzare una "formula per le frazioni", ma vede il problema come un semplice modello di divisione (per trovare il valore di una parte) e poi una lettura visiva per individuare il risultato richiesto. La barra diventa quindi un ponte naturale: prima distribuiamo per trovare l'unità, poi osserviamo la rappresentazione per identificare la quantità finale.



Giochi e routines da portare in classe

In quest sezione vi mostro alcune routine che fanno parte da tempo del mio bagaglio e che custodisco gelosamente (esattamente come per i number bonds):

1. Classe Prima: "Il corpo-barra"

L'idea: usare il proprio corpo nello spazio per interiorizzare la barra prima di disegnarla.

Come si svolge: leggiamo un micro-problema alla lavagna (es. "Ci sono 3 bambini, ne arrivano altri 2"), invece di prendere subito i mattoncini, due bambini si mettono in piedi vicini a formare il primo pezzo della barra, poi altri due si aggiungono per il secondo pezzo. La classe osserva la "barra umana" che si allunga e grida il totale. È un modo potentissimo per fissare la struttura visiva attraverso la percezione corporea e spaziale.

2. Classe Seconda: "Il mosaico dei Numicon" (L'operazione in un lampo)

L'idea: allenare i bambini a visualizzare immediatamente le quantità e le operazioni attraverso l'incastro fisico dei Numicon nelle isole di lavoro.

Come si svolge i bambini sono seduti nelle loro "isole" e hanno a disposizione il set completo delle placche Numicon.

La maestra pronuncia semplicemente un'operazione.

All'interno di ogni gruppo, i bambini si attivano subito per prendere le placche corrispondenti, affiancandole fisicamente sul banco per comporre il risultato e riproducendo materialmente la struttura che poi andranno a disegnare con le barre.

La prima isola che completa correttamente il "mosaico" di Numicon alza la mano e vince la sfida, pronta ad abbinare subito la rispettiva frase numerica sul quaderno.

3. Classe Terza: "La Campana del Modello" (Il duello dei Bar Models)

L'idea: prendere spunto dal classico gioco della campana per trasformare la scelta dello schema logico in una sfida di prontezza e riconoscimento immediato.

Come si svolge: alla lavagna vengono disegnati in anticipo due diversi modelli a barre (ad esempio, uno che rappresenta una struttura di parte-tutto e uno basato sulla comparazione o sulla differenza). Vicino alla cattedra (o su un banco) viene posizionata una campanella.

L'insegnante legge ad alta voce il testo di un problema.

I bambini, seduti nelle loro isole, ascoltano con attenzione per capire quale struttura logica si nasconde nel testo.

Appena un alunno capisce quale dei due schemi alla lavagna corrisponde al problema, scatta in piedi, corre a suonare la campanella e deve indicare con precisione la barra corretta alla lavagna, spiegando in un secondo la scelta prima di scrivere l'operazione risolutiva.

6 Giochi e routines da portare in classe

4. Classe Quarta: "I Maestri della Lavagna" (Il Graphic Organizer vivente)

- **L'idea:** trasformare le isole in veri e propri team di esperti chiamati a costruire e spiegare un grande grafico d'ancoraggio collettivo per una specifica tipologia di operazione divisa per isole, allenando l'argomentazione e la metacognizione in cui i ragazzi devono essere capaci di spiegare.
- **Come si svolge:** la classe viene divisa in isole e a ciascun gruppo viene assegnata una specifica struttura o operazione (ad esempio: un'isola sviluppa il modello visivo e la spiegazione della somma, un'altra della sottrazione, un'altra ancora della moltiplicazione o della divisione).
- Ogni gruppo riceve un grande foglio da poster (o una sezione della lavagna) e deve co-progettare il proprio **grafico d'ancoraggio**, disegnando chiaramente le barre, inserendo i passaggi chiave e scrivendo la regola logica.
- Una volta completati i poster, ogni isola nomina un "portavoce-maestro" (o anche l'intero gruppo) che sale in cattedra per spiegare agli altri compagni come funziona quella specifica struttura e perché il modello a barre ci aiuta a risolverla. In questo modo i ragazzi non eseguono solo l'esercizio, ma diventano capaci di argomentare e verbalizzare il pensiero matematico.

5. Classe Quinta: "Gli Esperti delle Frazioni" (Il Graphic Organizer dei modelli frazionari)

- **L'idea:** trasformare le isole in team di esperti chiamati a costruire e spiegare un grande grafico d'ancoraggio collettivo dedicato alle diverse relazioni tra frazioni, allenando l'argomentazione e la capacità di verbalizzare il processo logico.
- **Come si svolge:** la classe è divisa in isole e a ciascun gruppo viene assegnata una specifica dinamica frazionaria da rappresentare e spiegare (ad esempio: un'isola sviluppa il modello **parte-tutto**, un'altra la relazione **tutto-parte**, un'altra ancora la **parte complementare**).
- Ogni gruppo riceve un grande foglio da poster (o una sezione della lavagna) e deve co-progettare il proprio **grafico d'ancoraggio**: disegnano le barre, le suddividono in base al denominatore, colorano le unità frazionarie in base al numeratore e scrivono chiaramente la logica del passaggio.
- Una volta terminati i poster, ogni isola nomina un "portavoce-maestro" (o tutto il gruppo) che spiega agli altri compagni come la struttura visiva della barra permetta di passare dalla frazione al valore numerico. I ragazzi devono essere in grado di argomentare perché hanno scelto di dividere la barra in un certo modo e come la visualizzazione guidi direttamente all'espressione risolutiva finale.

Conclusioni

Giunge al termine con questa seconda parte la guida. A questo punto vi consiglio di spiralarla o pinzarla, magari aggiungendo dei fogli bianchi alla fine per raccogliere i vostri appunti, le vostre riflessioni e le modifiche nate direttamente dalla vostra pratica in aula.

L'unica cosa che non ho inserito qui, e che avrei voluto aggiungere se non fosse stato per la lunghezza del documento (rischiavo che wordpress non mi permettesse l'upload), sono gli area models: non preoccupatevi, dedicherò sicuramente una scheda o un file apposito prossimamente per approfondire anche quelli!

Mi raccomando, fatemi sapere nei commenti cosa ne pensate e aggiornatemi nel tempo su come andrà! Dal canto mio, vi prometto che continuerò a esserci sul Metodo Singapore: sul mio canale YouTube pubblicherò contenuti ancora più esplicativi e pratici già a partire dalle prossime settimane, quindi non preoccupatevi. Anche se non tengo più corsi perché il tempo è davvero tiranno, io non vi lascio mai soli/i.

Voglio infine ringraziarvi davvero di cuore. La gratitudine e l'affetto che ho ricevuto in questi giorni, dopo l'uscita della prima parte, sono stati immensi. Ascoltandovi e leggendovi capisco ogni volta che c'è ancora tanto di bello, di autentico e di appassionato nel nostro mondo scolastico, e sono immensamente felice di sapere che tutto questo prenderà vita e fiorirà per i vostri alunni. Vi sono grata 💖
Vale